

Шахматная раскраска

Задача 4.1. а) Клетчатая доска 9х9 раскрашена в шахматном порядке. Нижняя левая клетка чёрная. Сколько белых и сколько чёрных клеток на доске? б) Фишка делает ходы по этой доске, ходя на соседнюю по стороне клетку. Начинать можно в любом месте. За какое наименьшее число ходов можно обойти все черные клетки? в) А все белые клетки?

Задача 4.2. а) Можно ли шахматную доску разбить на двуклеточные домино так, чтобы вертикальных и горизонтальных домино было поровну? б) Можно ли шахматную доску без двух верхних угловых клеток разбить на двуклеточные домино так, чтобы вертикальных и горизонтальных домино было поровну? в) Тот же вопрос, но количество отличается на 1?

Задача 4.3. Вырежьте из шахматной доски фигуру из 3 черных и 3 белых клеток, которую нельзя разбить на домино

Задача 4.4. На шахматной доске стоит конь. Может ли он через 333 хода вернуться на исходное поле?

Задача 4.5. Фигура «верблюд» делает ходы типа (1,3) или (3,1) — три клетки в одном направлении и одна в перпендикулярном. Может ли верблюд пройти из нижнего левого угла в правый нижний угол?

Задача 4.6. а) Конь обошел все клетки шахматной доски, начав с клетки a1 и закончив в клетке h8. Докажите, что на какой-то клетке конь побывал более одного раза. б) За какое наименьшее число ходов можно дойти конём из a1 в h8?

Задача 4.7. Из шахматной доски выпилили одно поле. Король обошел все оставшиеся поля по одному разу и вернулся на исходное поле. а) Докажите, что он сделал хотя бы один диагональный ход. б) Докажите, что число диагональных ходов чётно.

Задача 4.8. Можно ли доску размером а) 8х8; б) 10х10; в) 100х100 клеток покрыть в один слой фигурками из 4 клеток в форме буквы Т (Т-тетрамино)?

Шахматная раскраска. Дополнительные задачи

Задача 4.9. На шахматной доске расставлены 8 ладей так, что они не бьют друг друга. Докажите, что на полях черного цвета расположено чётное число ладей.

Задача 4.10. В клетчатом квадрате 7х7 вырезали в центре дырку в виде креста из 5 клеток. Какое наибольшее число доминошек можно вырезать из оставшейся фигуры?

Задача 4.11. У Коли был набор из нескольких квадратиков 2х2 и нескольких тетрамино вида Т. Из этого набора Коля без наложений складывал квадрат 12х12 и лишних фигурок не оставалось. Потом он потерял один квадратик и купил вместо него Т-тетрамино. Докажите, что теперь он не сможет сложить квадрат 12х12.

Задача 4.12. В каждой клетке доски в виде правильного треугольника 7х7х7 сидит жук. В некоторый момент времени все жуки переползают на соседние по стороне клетки. Докажите, что при этом хотя бы 7 клеток останутся пустыми

Задача 4.13. На доске 8х8 в левом нижнем углу в виде квадрата 3 х 3 лежат девять фишек. За один ход разрешается какой-нибудь одной фишке перепрыгнуть через какую-нибудь другую (не обязательно соседнюю) фишку на клетку, симметричную первой фишке относительно второй (если эта клетка свободна). Можно ли после нескольких таких ходов собрать все фишки в виде квадрата 3х3 а) в левом верхнем углу доски; б) в правом верхнем углу доски?