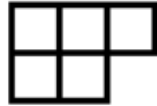


Разрезания и делимость

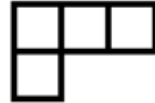
Задача 2.1. У Ильи есть прямоугольная пластинка размером а) 5×5 клеток; б) 5×9 клеток; в) 3×5 клеток. Может ли он разрезать пластинку на трёхклеточные уголки?

Задача 2.2. Рассмотрим два утверждения: 1) Если фигура разбивается на доминошки, то её площадь чётная; 2) Если площадь фигуры чётная, то она разбивается на доминошки. Верно ли каждое из утверждений?

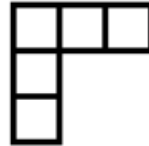
Задача 2.3. а) Прямоугольник можно разрезать на Р-пентамино. Обязательно ли этот прямоугольник можно разрезать на полоски 1×5 ?



б) Прямоугольник можно разрезать на уголки из четырёх клеток. Докажите, что его можно разрезать либо на прямоугольники 1×4 , либо на квадраты 2×2 .



Задача 2.4. Прямоугольник 6×11 разрезали на фигурки двух видов — уголки из четырёх и пяти клеток (см.рис.), после чего одну из них потеряли. Докажите, что из оставшихся фигурок, используя их все, нельзя сложить прямоугольник.



Задача 2.5. Клетчатый квадрат со стороной клетки 1 разбивают по границам клеток на прямоугольники одинаковой площади (части могут быть неодинаковыми). а) площадь каждой части равна 6. Обязательно ли сторона квадрата кратна 6? б) Площадь каждой части равна 54. Обязательно ли сторона квадрата кратна 54?

Задача 2.6. Клетчатый прямоугольник, у которого одна сторона вдвое больше другой, назовём хорошим.

а) Можно ли какой-нибудь клетчатый квадрат разбить на нечётное число хороших прямоугольников (не обязательно одинаковых)?

б) Приведите пример разбиения квадрата на 500 хороших прямоугольников.
в) То же, но чтобы частей, вытянутых по горизонтали было столько же, сколько вытянутых по вертикали

Дополнительные задачи

Задача 2.7. Из клетчатого квадрата 6×6 вырезали часть угловых клеток, а оставшуюся фигуру разбили на квадраты со сторонами 1 и 2 так, чтобы квадратов каждого типа получилось поровну. Сколько клеток вырезано?

Задача 2.8. Клетчатый квадрат 18×18 разрезали по границам клеток на 18 прямоугольников. Один из них отложили, а из остальных составили квадрат 10×10 . Найдите размеры отложенного прямоугольника.

Задача 2.9. Клетчатый прямоугольник 66×77 разрезан на несколько квадратов (все разрезы идут по линиям сетки). Может ли в этом разбиении

а) быть ровно 1 квадрат с нечётной стороной?

б) не быть квадратов с нечётной стороной?

в) быть ровно два квадрата с нечётной стороной?